

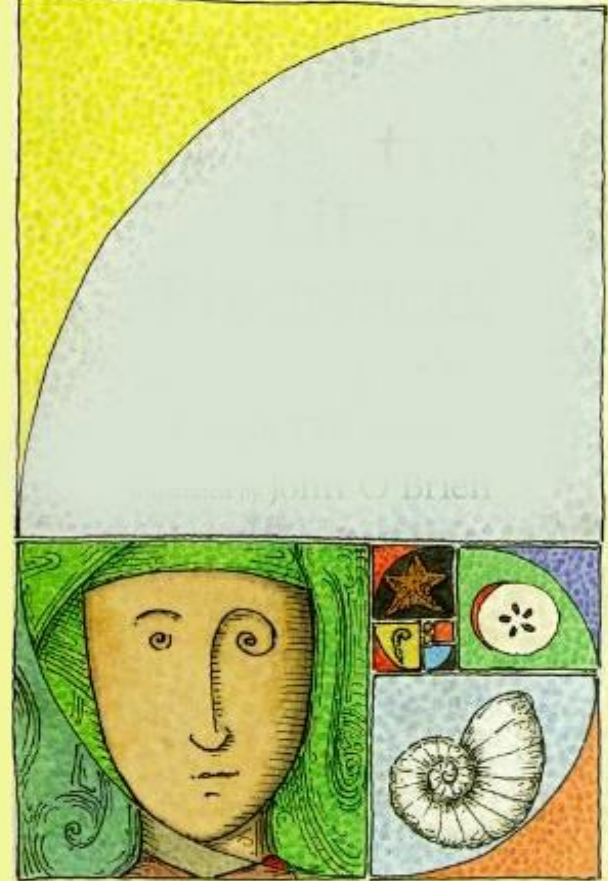
# मूर्ख गणितज्ञ फिबोनाची का जीवन



मध्ययुगीन इटली में एक युवा लड़का - **लियोनार्डो फिबोनाची**, दिन-रात संख्याओं के बारे में ही सोचता रहता था. क्योंकि वो दिन भर वही सोचता था इसलिए लोग उसे मूर्ख कहते थे.

जब लियोनार्डो बड़ा हुआ तो उसने दुनिया की यात्रा की. तब वो विभिन्न देशों में इस्तेमाल किए जाने वाले अंकों से प्रेरित हुआ, खासकर हिंदू-अरबी अंकों से जो उसने अफ्रीका में सीखे थे. तब उसने यह महसूस किया कि प्रकृति में कई चीजें एक निश्चित नमूने (पैटर्न) का पालन करती हैं. जिस लड़के को कभी मूर्ख कहकर चिढ़ाया जाता था, उसने कुछ एकदम नया खोजा जो "**फिबोनाची अनुक्रम**" के रूप में आज भी जाना जाता है!

आज फिबोनाची खरगोशों के प्रजनन की समस्या के हल लिए प्रसिद्ध है और अब उसे सबसे बड़े पश्चिमी गणितज्ञों में से एक माना जाता है. यह उसकी कहानी है, एक ऐसे आदमी की कहानी है जो निश्चित रूप से मूर्ख नहीं था.



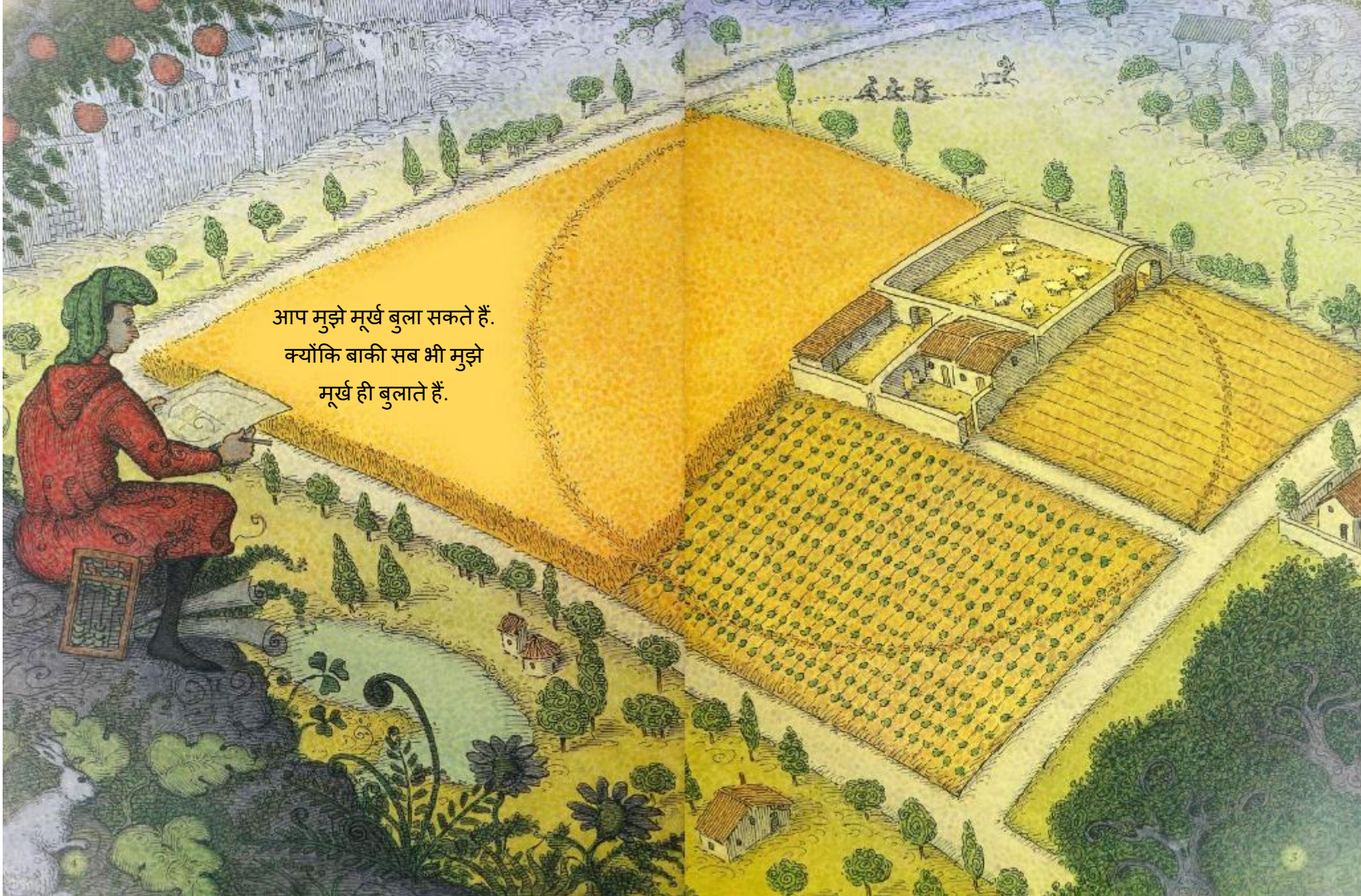


मूर्ख गणितज्ञ

फिबोनाची का जीवन

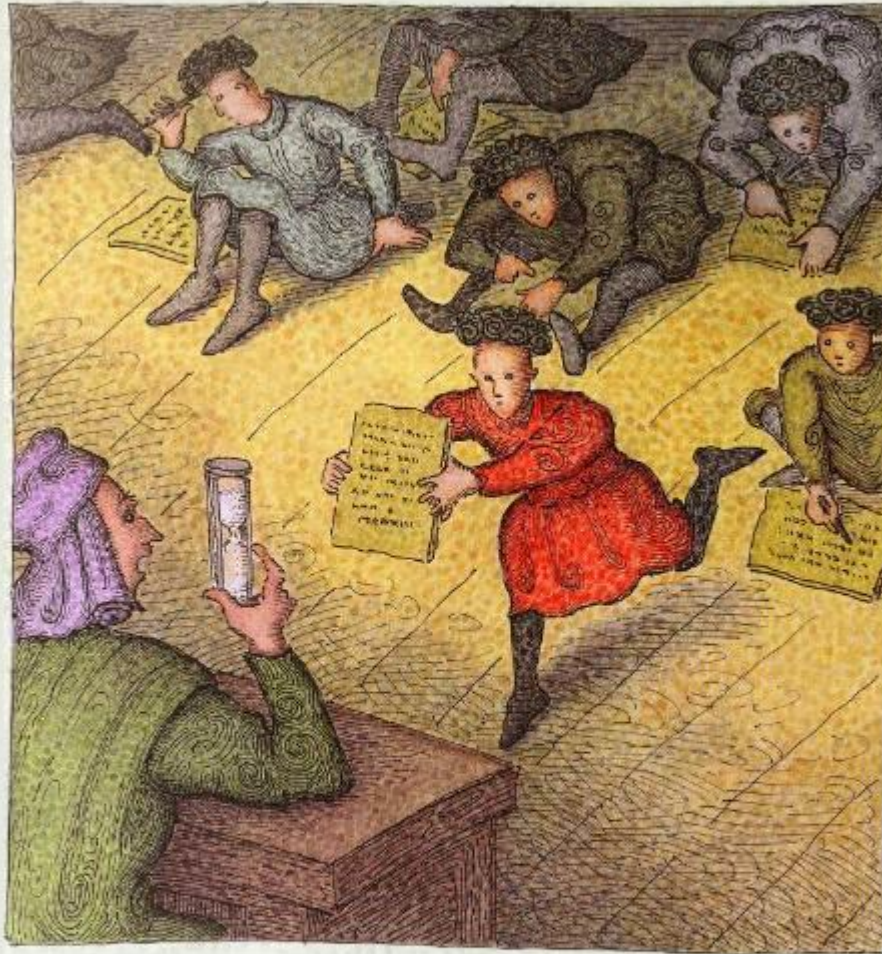






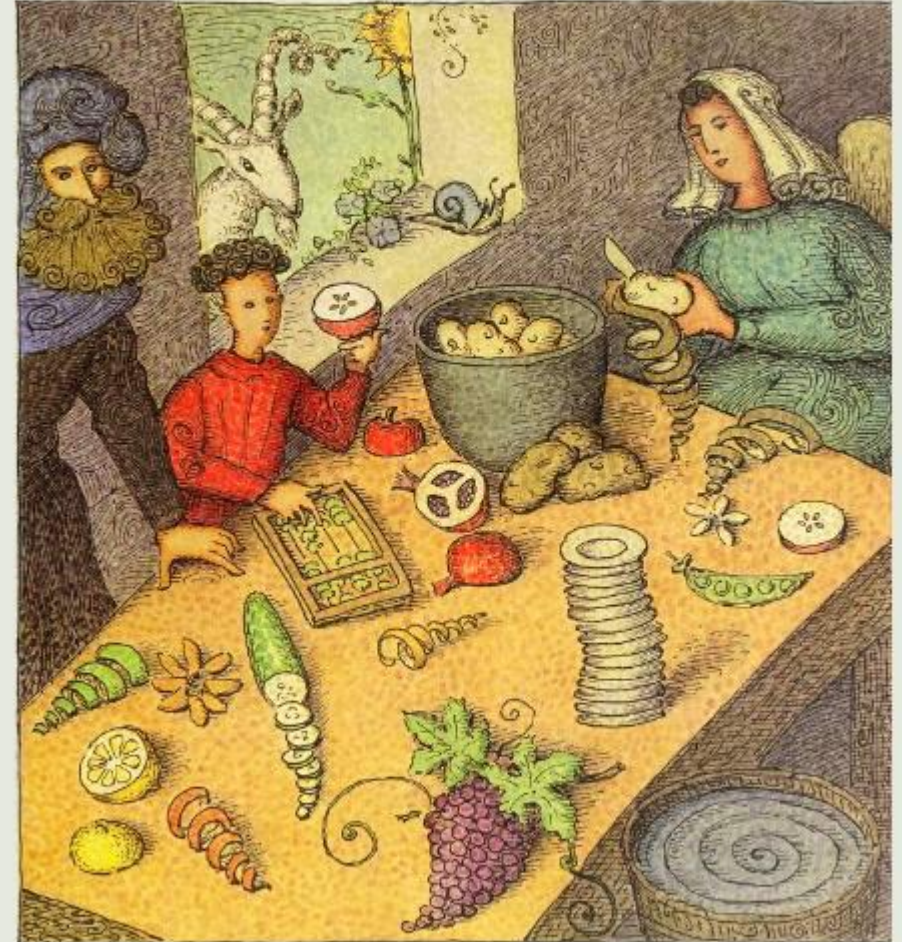
आप मुझे मूर्ख बुला सकते हैं.  
क्योंकि बाकी सब भी मुझे  
मूर्ख ही बुलाते हैं.





एक दिन जब मैं बहुत छोटा था, तो टीचर ने क्लास में एक गणित की समस्या दी और उसे हल करने के लिए हमें दस मिनट का समय दिया. पर मैंने उसे सिर्फ दो सेकंड में ही हल कर दिया.

मैं गणित में काफी तेज़ था. मुझे बचपन से ही गणित से बहुत प्रेम था. मैं अपने माता-पिता के घर में जहाँ भी देखता, वहाँ मुझे कुछ-न-कुछ गिनने के लिए ज़रूर मिल जाता था.







उन दिनों कक्षा में सभी छात्र गणक (एबेकस) पर गणित के प्रश्न हल करते थे. वे रोमन अंकों में अपने उत्तर लिखते थे. उसमें बहुत समय लगता था. लेकिन उस समय गणित के प्रश्न हल करने का बस यही एक तरीका था.

जब मैं बाकी छात्रों को प्रश्न हल करने में इतना समय लगाते देखता, तो मैं ऊब जाता था.

फिर मैं बाहर पेड़ पर बैठे बारह पक्षियों को गिनाता था. उन पक्षियों के कितने पैर हैं? मैं अचरज करता. उनकी कितनी आँखें हैं? कितने पंख हैं? और अगर हरेक पक्षी दो सेकंड के लिए गाता, तो एक के बाद एक करके सभी पक्षियों को गाने में कितना समय लगता?

ये इतने सुन्दर सवाल थे कि मैं दिन में सपना देखता था.

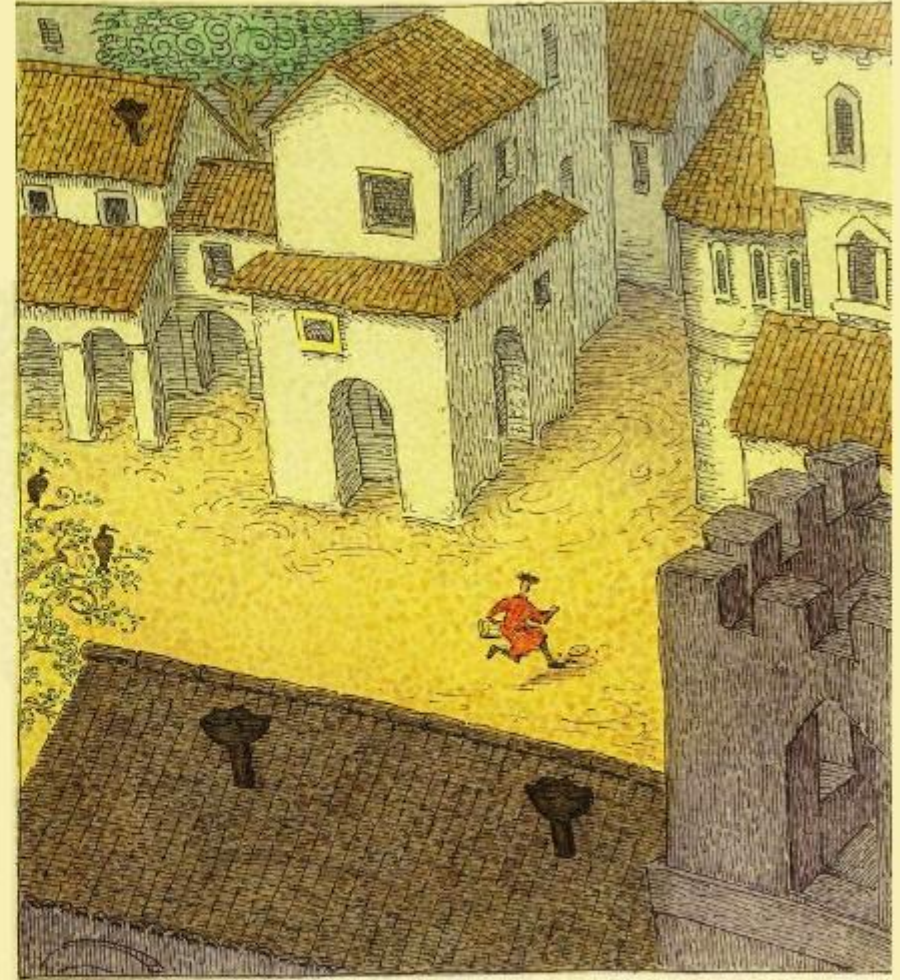
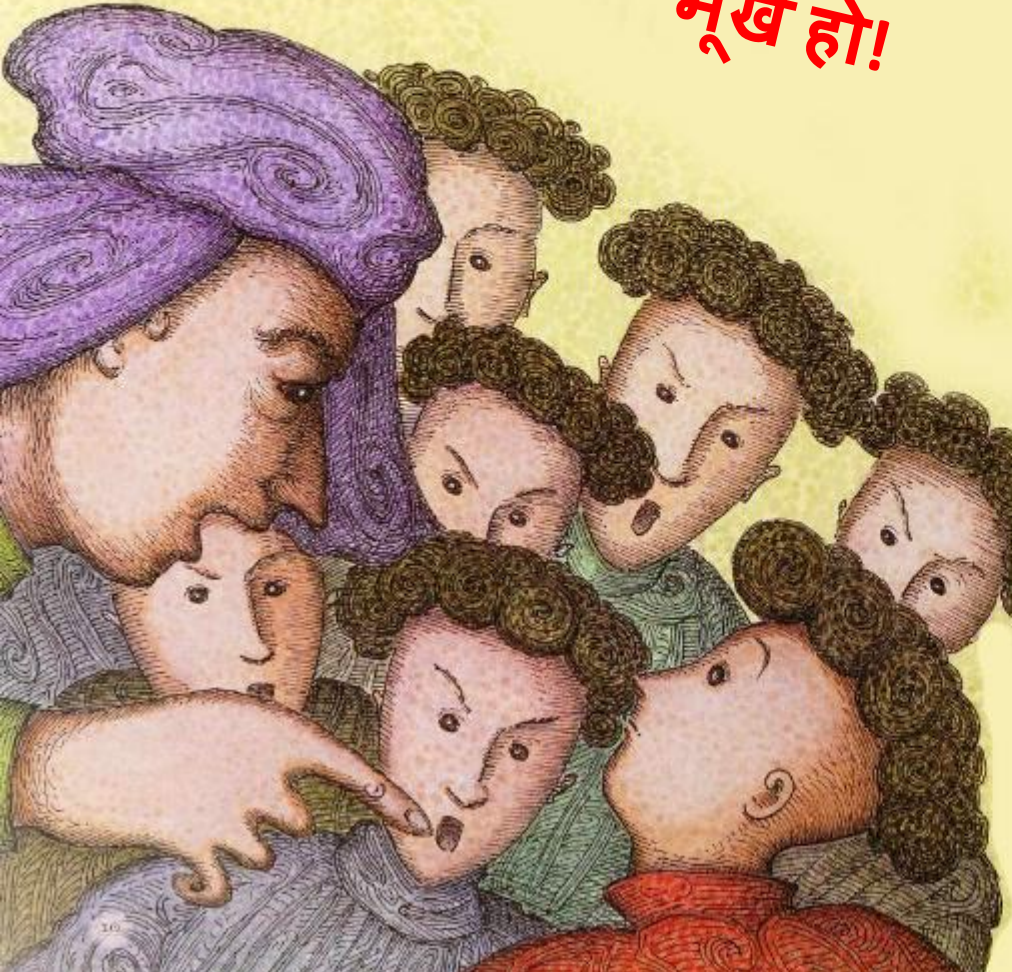




"लियोनार्डो!" मेरे टीचर चिल्लाते. "मेरी कक्षा में सपने देखने की तुम्हारी हिम्मत कैसे हुई?"

"लेकिन सर," मैं कहता, "मैं बस सोच रहा था." "ए-हा!" टीचर चिल्लाते. "वही तो परेशानी है! इस कक्षा में सोचने की कोई ज़रूरत नहीं है - यहाँ हम सिर्फ काम के लिए आए हैं! तुम एक अस्थिर दिमाग के आलसी लड़के हो और सिर्फ सपने देखते हो, तुम....."

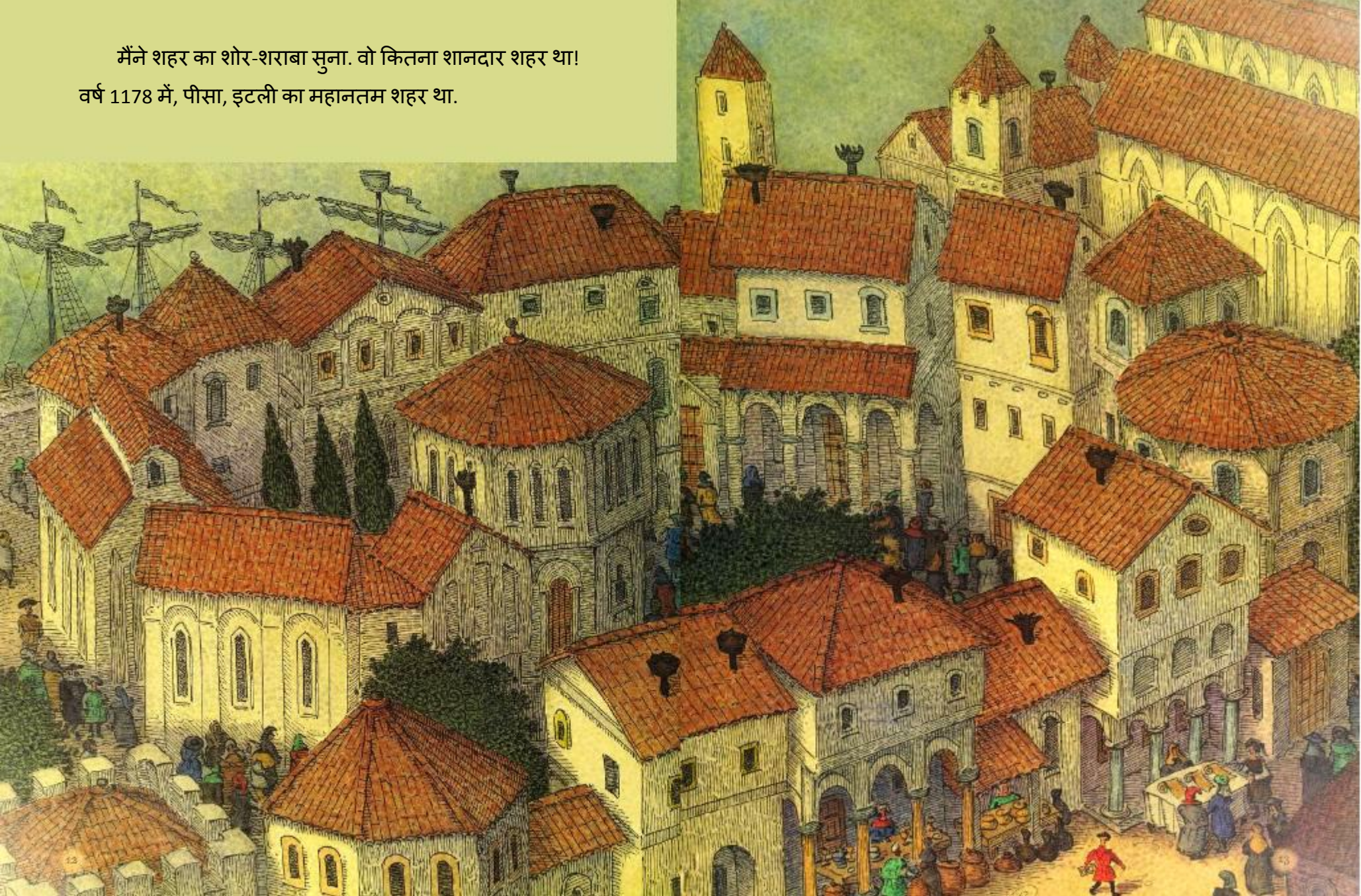
**मूर्ख हो!**



टीचर को सुनकर दूसरे बच्चे हंस पड़े. "मूर्ख! मूर्ख!" वे चिल्लाए. यह सुनकर मुझे इतना दुख हुआ कि मैं स्कूल से भागकर पीसा शहर की सड़कों पर घूमने लगा.



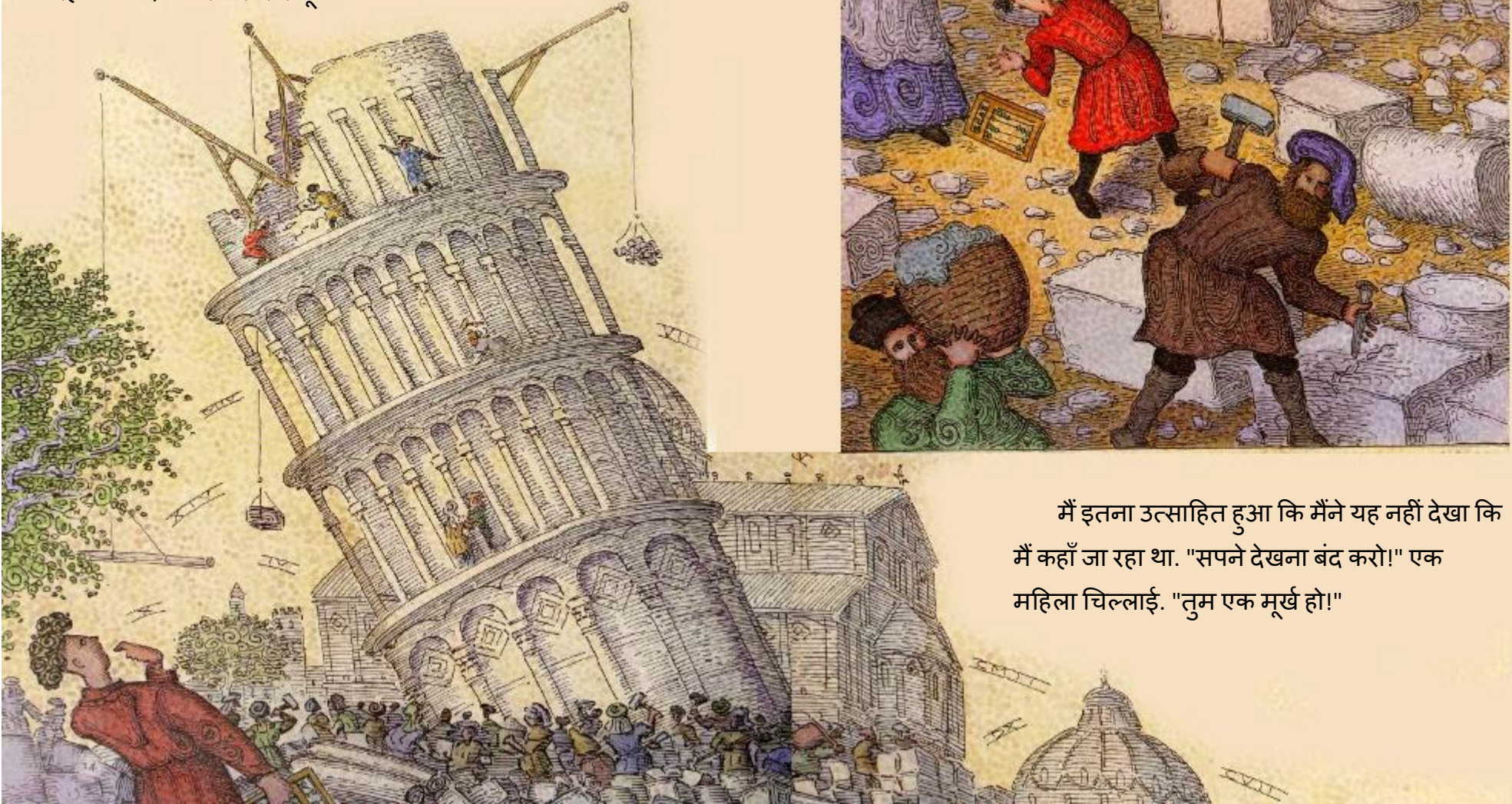
मेंने शहर का शोर-शराबा सुना. वो कितना शानदार शहर था!  
वर्ष 1178 में, पीसा, इटली का महानतम शहर था.





चर्च के मैदान में, मज़दूर एक नए घंटाघर का निर्माण कर रहे थे. वहां पर राज-मिस्त्री ने गणित के हिसाब-किताब में काफी गड़बड़ी की थी!

मैंने चारों ओर संख्याओं की महिमा देखी-सुनी और उन्हें अनुभव किया. कितने सारे लोग अपने-अपने कामों में गणित का इस्तेमाल कर रहे थे! वो देख कर मेरा सर घूमने लगा.



मैं इतना उत्साहित हुआ कि मैंने यह नहीं देखा कि मैं कहाँ जा रहा था. "सपने देखना बंद करो!" एक महिला चिल्लाई. "तुम एक मूर्ख हो!"





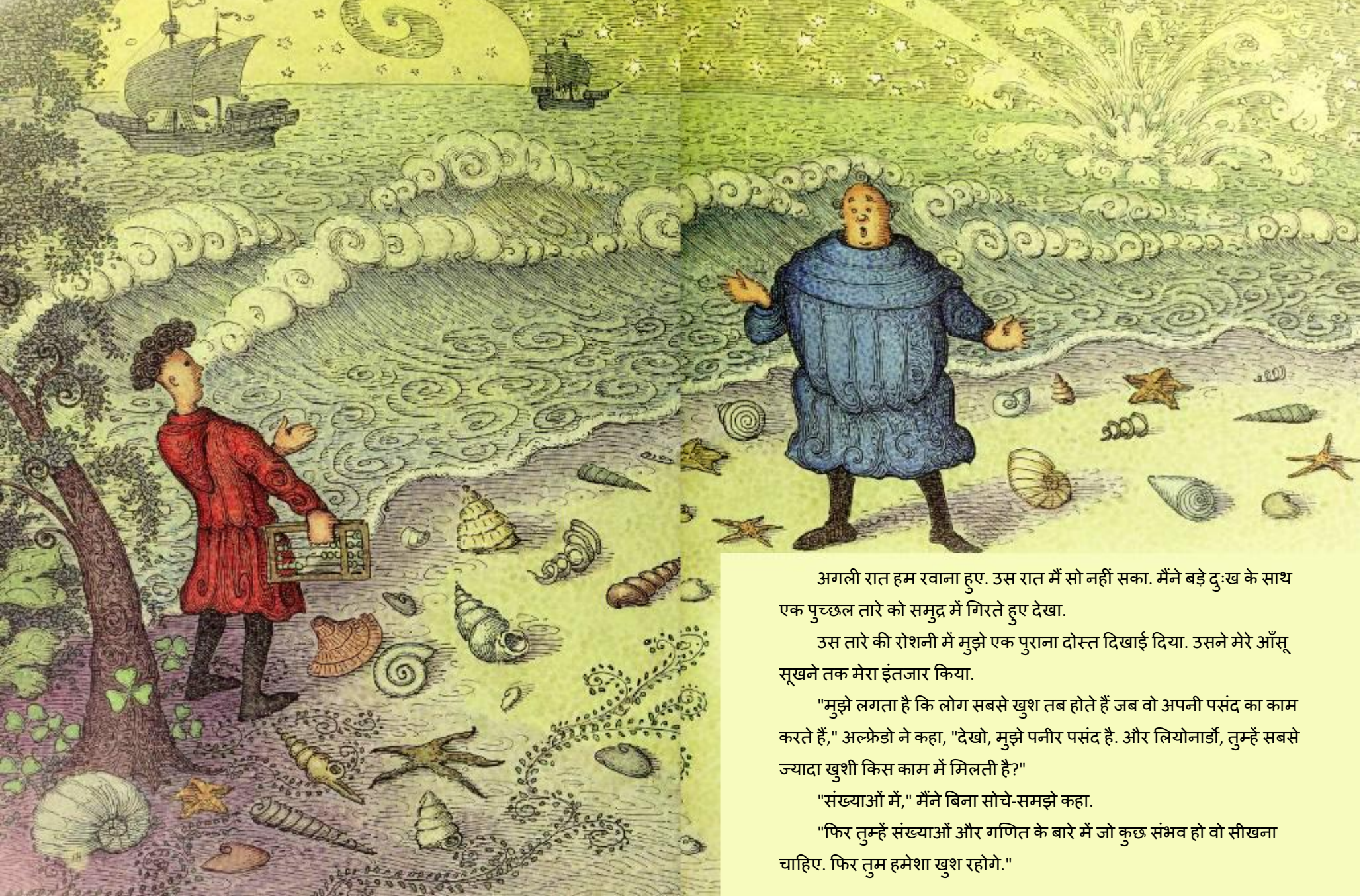
उस रात पिताजी बहुत नाराज हुए. "पूरा शहर तुम्हारे बारे में बातें कर रहा है!" वो चिल्लाए. "हर कोई कह रहा है कि मेरा बेटा एक मूर्ख है. लोग तुम्हें मूर्ख बुलाएं यह मुझे बिल्कुल भी अच्छा नहीं लगता है."

अल्फ्रेडो, मेरे पिता के सलाहकार ने कहा, "शायद आप इस लड़के के साथ बहुत सख्ती से पेश आ रहे हैं, सिग्नेर बोनकियो."

"चुप!" पिताजी चिल्लाए. "लियोनार्डो, जल्द ही तुम मेरे साथ अफ्रीका के लिए प्रस्थान करोगे. फिर लोग तुम्हें चिढ़ाना बंद कर देंगे. मैं तुम्हें एक व्यापारी बनाऊंगा."

"बाप रे!" मैंने सोचा. "मैं व्यापारी नहीं बनना चाहता हूँ?"





अगली रात हम रवाना हुए. उस रात मैं सो नहीं सका. मैंने बड़े दुःख के साथ एक पुच्छल तारे को समुद्र में गिरते हुए देखा.

उस तारे की रोशनी में मुझे एक पुराना दोस्त दिखाई दिया. उसने मेरे आँसू सूखने तक मेरा इंतजार किया.

"मुझे लगता है कि लोग सबसे खुश तब होते हैं जब वो अपनी पसंद का काम करते हैं," अल्फ्रेडो ने कहा, "देखो, मुझे पनीर पसंद है. और लियोनार्डो, तुम्हें सबसे ज्यादा खुशी किस काम में मिलती है?"

"संख्याओं में," मैंने बिना सोचे-समझे कहा.

"फिर तुम्हें संख्याओं और गणित के बारे में जो कुछ संभव हो वो सीखना चाहिए. फिर तुम हमेशा खुश रहोगे."





मैंने अल्फ्रेडो की सलाह मानने का फैसला किया. पिताजी मुझे उत्तरी-अफ्रीका के बुगिया नामक शहर में रहने के लिए ले गए. नए देश में मैंने देखा कि अरब व्यापारी रोमन अंकों का उपयोग नहीं करते थे. वे भारतीय हिंदू लोगों से उधार लाए अंकों का इस्तेमाल करते थे.

इटली में हम लिखते थे : XVIII.

पर यहां व्यापारी लिखते थे : 18.

ज़रा देखें कि यह इतना आसान क्यों है?

इन अंकों के बारे में मैं और सीखना चाहता था.

दिन के समय मैं पिताजी के व्यापार का हिसाब-किताब करता था.

रात में मैं अल्फ्रेडो के साथ जाता और मैं अजीब नए-नए अंक सीखता था.



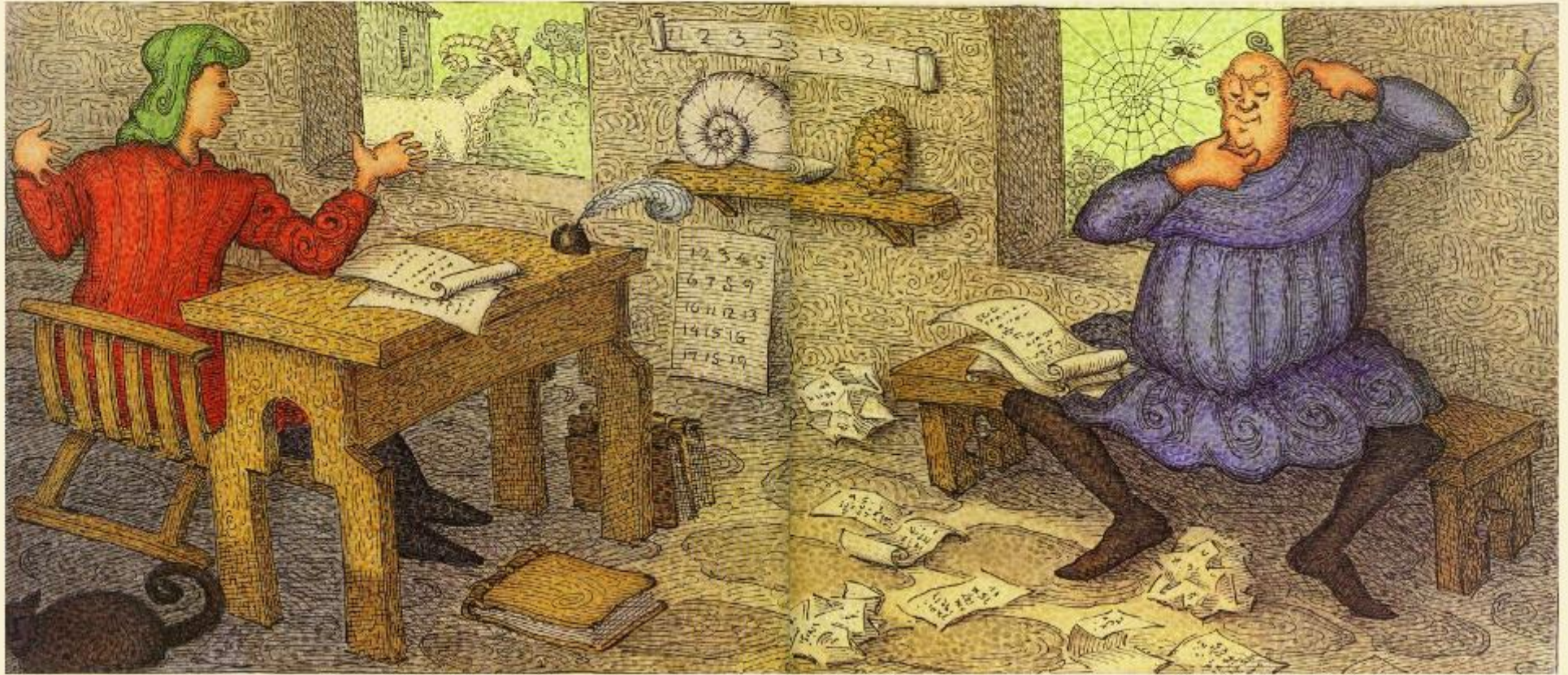




जब मैं थोड़ा बड़ा हुआ तो पिताजी मुझे कभी-कभी व्यावसायिक यात्राओं पर भेजते थे. अपना काम खत्म करने के बाद मैं हर शहर में बुद्धिमान लोगों से जाकर मिलता था. मिस्र में मैंने सीखा कि प्राचीन फिरोन (फेरो) और उसके लोग कैसे "भिन्नो" का उपयोग करते थे.

मैंने इस्तांबुल से तुर्की, और दमिश्क, सीरिया के बीच की दूरी भी नापी.  
 यूनान (ग्रीस) में मैंने गणित की प्राचीन पुस्तकों से ज्यामिति के बारे में सीखा.  
 सिसिली में, मैंने भाग और घटाने के अपने कौशल का अच्छा उपयोग किया.  
 और फ्रांस में ... मैंने मछली का सूप पिया.





एक दिन मैंने हिंदू-अरबी अंकों के बारे में एक किताब लिखना शुरू की. मैंने उसमें कुछ पहलियां भी जोड़ीं, जैसे एक आदमी था जिसने अपने खेत में दो बच्चे खरगोश छोड़े. खरगोशों को बड़ा होने और बच्चे पैदा करने में एक महीना लगता था. उसके बाद उन्हें बेबी खरगोशों की अगली जोड़ी को जन्म देने में एक महीने का समय और लगता था.

हर महीने बड़े हो चुके खरगोशों की एक जोड़ी, बेबी खरगोशों की एक नई जोड़ी को जन्म देती थी.

फिर एक वर्ष के अंत में खरगोशों की कितनी जोड़ियां होंगी? अल्फ्रेडो ने इस समस्या को हल करने की बड़ी कोशिश की, लेकिन वो उसमें असफल हुआ.



फिर मैंने अल्फ्रेडो को उस समस्या को कैसे हल किया जाए यह दिखाया.

पहले दिन, आपके पास बेबी खरगोशों की एक जोड़ी होगी.

पहले महीने के अंत में, आपके पास खरगोशों की एक जोड़ी होगी जो बच्चे पैदा करने को तैयार होंगे.

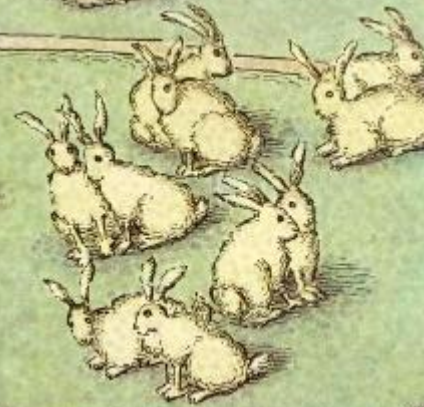
दूसरे महीने के अंत में : 1 व्यस्क जोड़ी, 1 बच्चों की जोड़ी.

तीसरे महीने के अंत में : 2 व्यस्क जोड़ियां, 1 बच्चों की जोड़ी.

चौथे महीने के अंत में : 3 व्यस्क जोड़ियां, 2 बच्चों की जोड़ियां.

पांचवे महीने के अंत में : 5 व्यस्क जोड़ियां, 3 बच्चों की जोड़ियां.

तब मुझे लगा कि मुझे पूरी समस्या लिखने की ज़रूरत ही नहीं थी.



यदि आप इस नमूने (पैटर्न) में पिछली दो संख्याओं को

एक-साथ जोड़ते रहेंगे, तो आपको बार-बार अगला नंबर मिलता रहेगा:

1 जोड़ी + 1 जोड़ी = 2 जोड़ियां,

1 जोड़ी + 2 जोड़ियां = 3 जोड़ियां,

2 जोड़ियां + 3 जोड़ियां = 5 जोड़ियां.

यहां इस नमूने (पैटर्न) की पहली कुछ संख्याएं हैं:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377.....

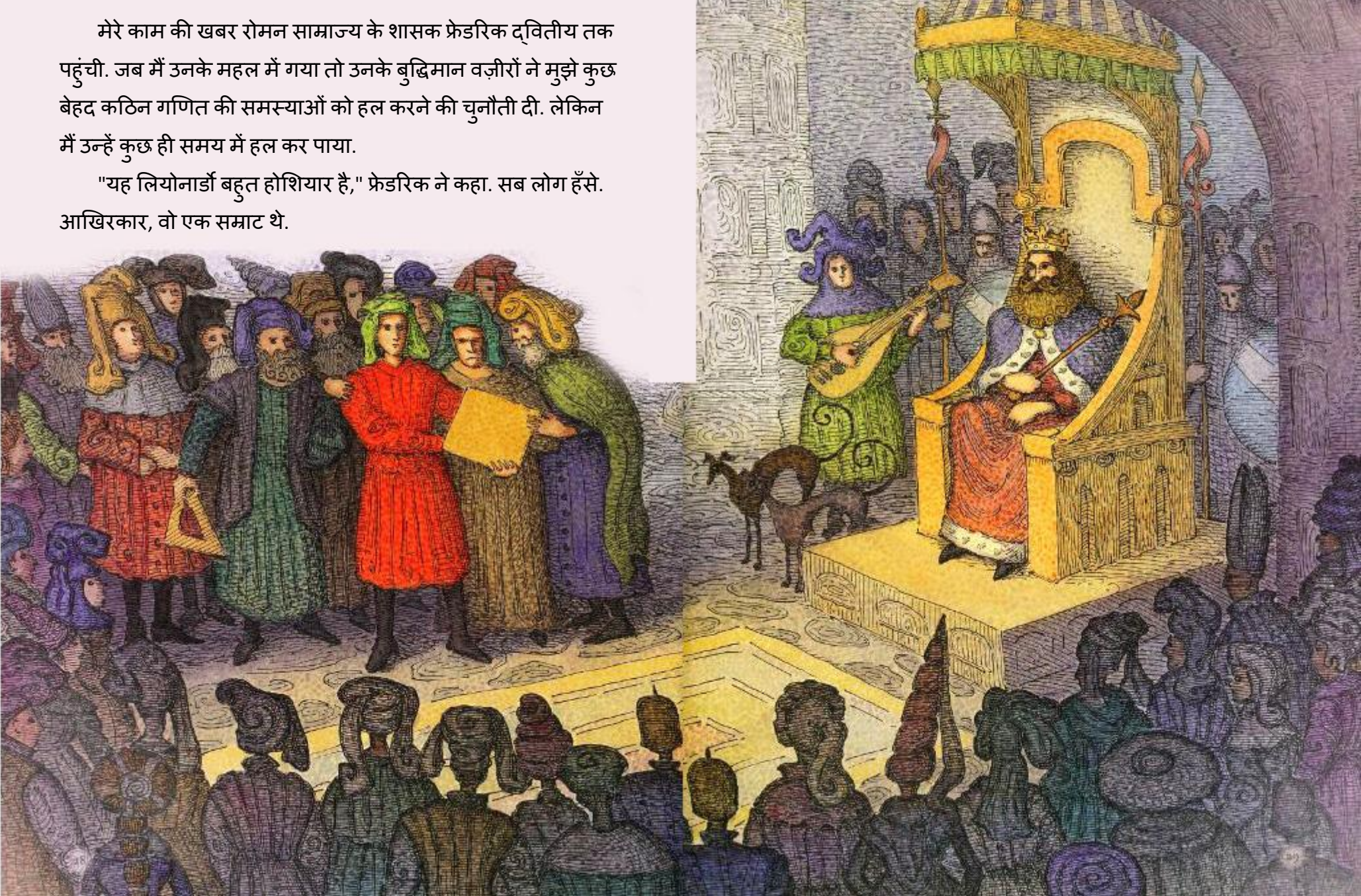
यदि आपने ध्यान नहीं दिया तो आपके पास एक साल में 233 खरगोशों की जोड़ियां होंगी!

(या फिर 377, यदि आपने व्यस्क खरगोशों एक जोड़ी के साथ शुरू किया होगा).



मेरे काम की खबर रोमन साम्राज्य के शासक फ्रेडरिक द्वितीय तक पहुंची। जब मैं उनके महल में गया तो उनके बुद्धिमान वज़ीरों ने मुझे कुछ बेहद कठिन गणित की समस्याओं को हल करने की चुनौती दी। लेकिन मैं उन्हें कुछ ही समय में हल कर पाया।

"यह लियोनार्डो बहुत होशियार है," फ्रेडरिक ने कहा। सब लोग हँसे। आखिरकार, वो एक सम्राट थे।







फिर मुझे अपनी उपलब्धियों पर गर्व महसूस हुआ. लेकिन एक दिन, जब मैं पीसा वापस लौटा, तो मैंने बाज़ार में कुछ लोगों को बातें करते हुए सुना.

"यह बोनकियो का बेटा है," एक आदमी ने कहा. "वो कहता है कि हमें भारतीय संख्याओं का उपयोग करना चाहिए."

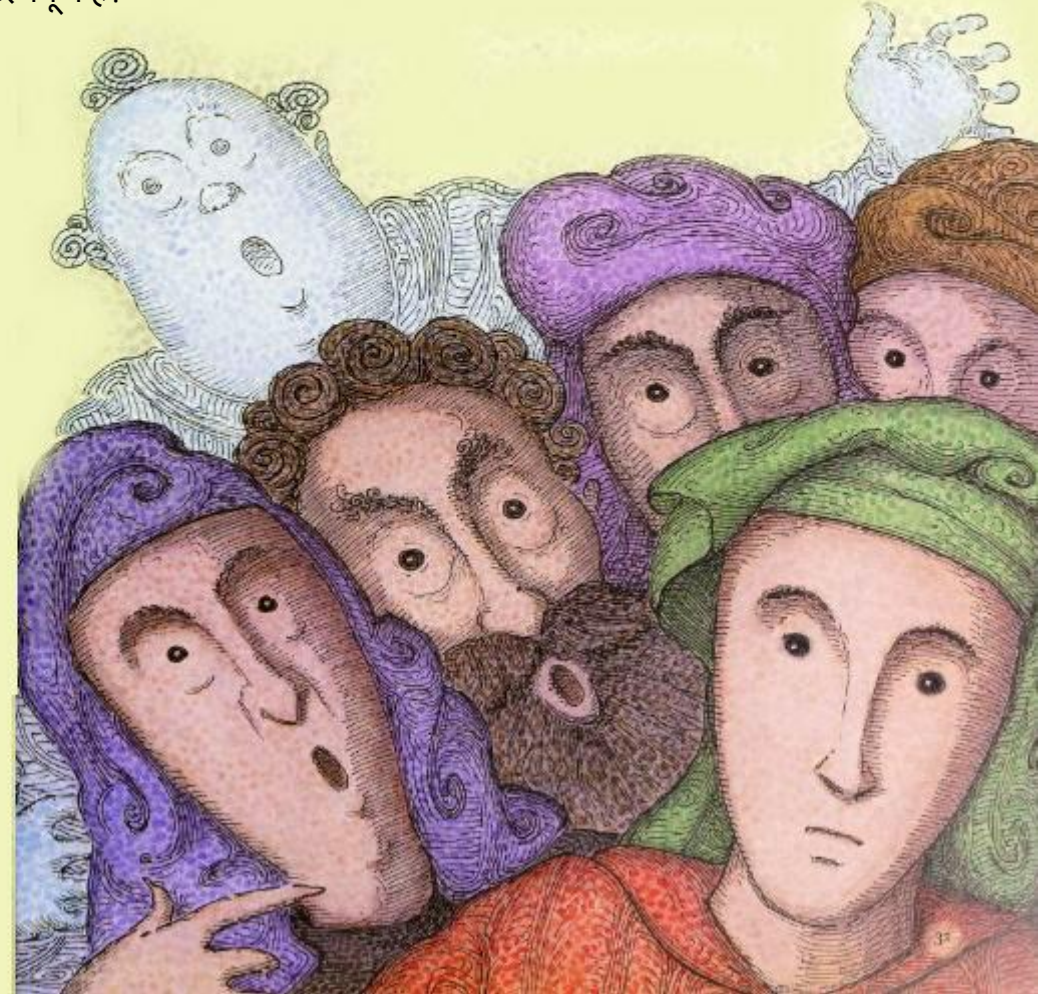
"पुराने अंकों में क्या गलती है?" दूसरे आदमी ने पूछा. "अगर वे अंक रोमन लोगों के लिए अच्छे हैं, तो वे हमारे लिए भी अच्छे ही होंगे!"

"वो लड़का एकदम मूर्ख है!"

अचानक मैं फिर से दुखी हुआ. "अगर लोग मेरी बात ही नहीं सुनेंगे फिर मेरे अच्छे काम का क्या फायदा?" मैंने सोचा. "लोग मुझे हमेशा एक मूर्ख के रूप में ही याद करेंगे."

मैंने अचरज किया कि मेरा पुराना मित्र अल्फ्रेडो इसके बारे में क्या कहता. अचानक, ऐसा लगा जैसे वो मेरे साथ हो.

"इन मूर्खों की बातें मत सुनो, लियोनार्डो!" अल्फ्रेडो चिल्लाया. "तुम्हारे ये अंक बेहद महत्वपूर्ण हैं?"





"मुझे निश्चित रूप से ऐसा लगता है!" मैंने कहा. "किसी दिन इन हिंदू-अरबी अंकों को पूरी दुनिया में जाना जाएगा. क्योंकि मैं उनका जितना अधिक अध्ययन करता हूँ मैं उतना ही चकित होता हूँ!"

फिर मैंने समुद्र तट पर एक फूल की ओर इशारा किया.

"इस फूल की कितनी पंखुड़ियाँ हैं?"

अल्फ्रेडो ने उन्हें गिना और उत्तर दिया, "इक्कीस."

"और यह फूल?"

"तेरह," उसने जवाब दिया. "उसका क्या?"

लेकिन मैंने जल्दी में कोई जवाब नहीं दिया. उसकी बजाए हम सारी रात समुद्र तट पर घूमते रहे और चीजों को गिनते रहे.



हमने तीन पंखुड़ियों वाले फूल, पांच पंखुड़ियों वाले फूल और आठ पंखुड़ियों वाले फूलों की गिनती की. हमने स्टार-फिश के पैर गिने, सेब के अंदर के बीज गिने.

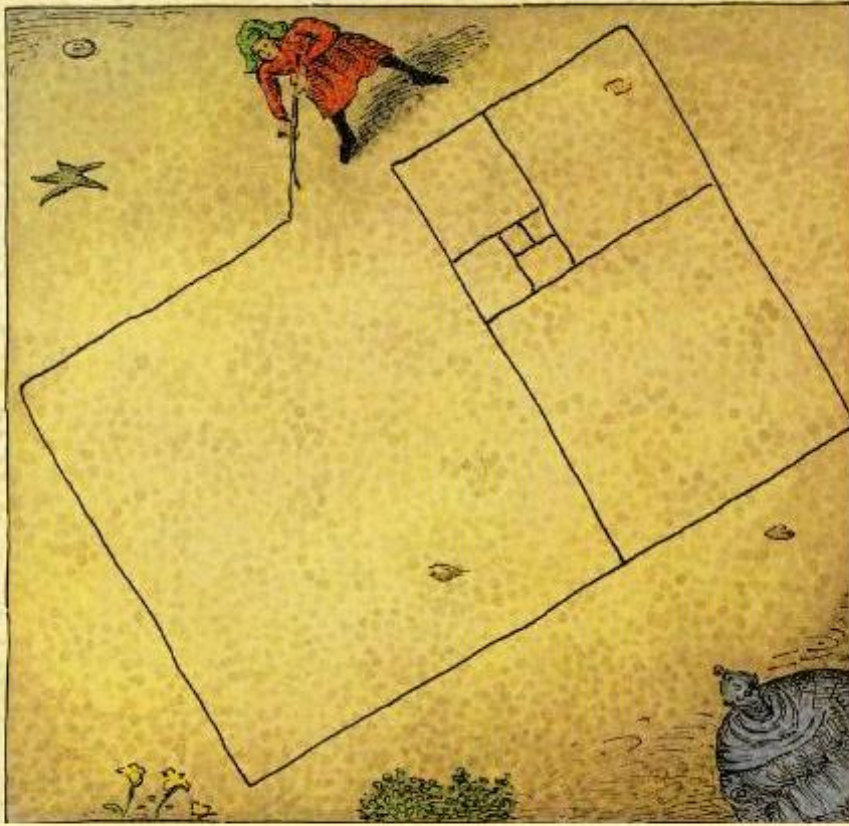
"देखो, अल्फ्रेडो?" मैंने कहा. "मैं जो कुछ भी गिनता हूँ, और जहाँ कहीं भी देखता हूँ मुझे वहाँ वही संख्यायें दिखाई पड़ती हैं. क्या तुम उन्हें पहचानते हो?"

अल्फ्रेडो ने उन्हें जोर से दोहराया. "1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55... हे प्रभु!" वो चिल्लाया. "यह संख्यायें तो खरगोश की समस्या वाली ही संख्यायें हैं!"

"बिल्कुल," मैंने कहा. "और यह तो बस शुरुआत है!"







"हाल ही में मैंने उन नंबरों के बारे में एक अलग तरीके से सोचा है, देखो!"

फिर मैंने रेत में एक छोटा वर्ग बनाया और उसके बगल में एक और छोटा वर्ग बनाया.

उसके बाद मैं एक आकृति बनाई जो दो वर्ग ऊँची और दो वर्ग चौड़ी थी.

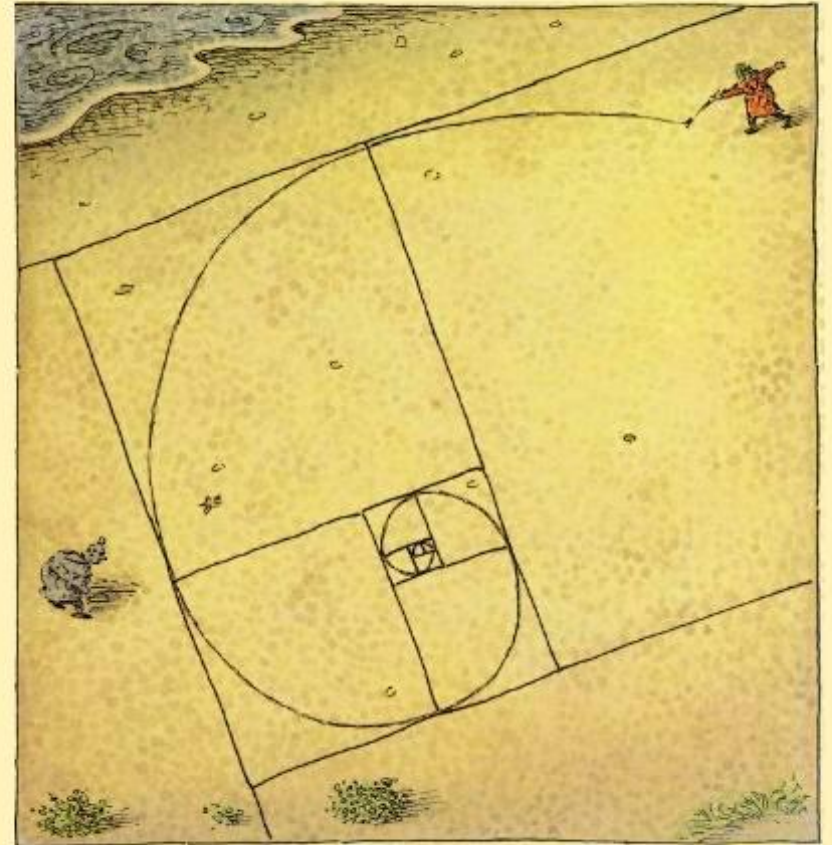
फिर एक  $3 \times 3$  के आकार का वर्ग बनाया.

फिर  $5 \times 5$  के आकार का वर्ग,  $8 \times 8$  का वर्ग आकार और  $13 \times 13$  का वर्ग बनाया.

"मैं आगे और आगे बढ़ सकता हूँ," मैंने कहा, "लेकिन वो तब तक सही नहीं लगेंगे जब तक मैं उन्हें जोड़ूंगा नहीं, इस तरह."

क्या तुम अनुमान लगा सकते हो कि मैंने उनके अंदर क्या बनाया? अल्फ्रेडो अनुमान नहीं लगा पाया.

"सर्पिल (स्पाइरल)!" मैं चिल्लाया. "आप मेरी संख्याओं के साथ एक स्पाइरल बना सकते हैं!" "वो कितना शानदार है!" अल्फ्रेडो ने कहा.





"हाँ, वो है," मैंने कहा. "लेकिन मुझे अभी भी यह समझ में नहीं आया कि ये नंबर इतने खास क्यों हैं."

"देखो, लियोनार्डो?" अल्फ्रेडो ने कहा. "ये वो संख्याएँ हैं जिन्हें प्रकृति, ब्रह्मांड को रचने के लिए उपयोग करती हैं. प्रकृति ने उन्हें कई स्थानों पर छिपाया है. पर अभी तक कोई उस रहस्य को जान नहीं पाया है."

अल्फ्रेडो के शब्दों ने मेरे दिल को खुशी से भर दिया. सभी लोगों ने मुझे मूर्ख बुलाया था क्योंकि मैं हर समय संख्याओं के बारे में ही सोचता रहता था. लेकिन अब ज़रा देखो - प्रकृति को भी वो नंबर पसंद हैं!

अल्फ्रेडो खुश था. "सबसे नन्हे पौधे से लेकर सबसे सुंदर चीड़ (पाइन) कोन, सबसे बड़े फूल से लेकर समुद्र की लहरों तक, सबसे दूर स्थित आकाशगंगा तक में तुम्हारी संख्यायें नज़र आती हैं, लियोनार्डो."



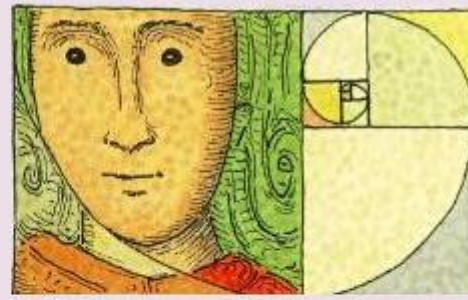




मैं अब बूढ़ा हो गया हूँ, लेकिन संख्यायें अभी भी मुझे खुश करती हैं। उस रात मैंने अल्फ्रेडो के साथ जो रहस्य सांझा किया था वो मैंने आज तक किसी और को नहीं बताया है।

लेकिन आज मैं आपको वो बता रहा हूँ।

इस पुस्तक को आप फिर से पढ़ें। फिर आपको मेरी संख्यायें असली जीवन में ज़रूर दिखाई देंगी। तब आपको समझ आएगा कि मूर्ख बुलाने पर भी मैं क्यों नहीं चिढ़ता हूँ!



## पीसा के लियोनार्डो (1170 ? -1240)



लियोनार्डो फिबोनाची नामक गणितज्ञ के जीवन के बारे में बहुत कम जानकारी उपलब्ध है। यह कहानी कुछ उन तथ्यों पर आधारित है, जिन्हें हम जानते हैं और उनके साथ-साथ कुछ कल्पना की उड़ान भी है। उनके उपनाम, "बिगोलो", का अनुवाद "पथिक" या "यात्री" हो सकता है। उसका मतलब एक आलसी या सपने देखने वाला व्यक्ति - एक मूर्ख भी हो सकता है।

आज लियोनार्डो को मध्य युग का सबसे बड़ा पश्चिमी गणितज्ञ माना जाता है। उनकी एक प्रतिमा इटली के पीसा में स्थित है, जो प्रसिद्ध "लीनिंग टॉवर" से ज्यादा दूर नहीं है। और जिन हिंदू-अरबी अंकों को उन्होंने दुनिया को पेश करने के लिए इतनी मेहनत की आज हम उन्हीं का उपयोग करते हैं।

लियोनार्डो को अपने सभी कार्यों में सबसे प्रसिद्ध - खरगोश वाली समस्या के संख्या पैटर्न दिखाने के लिए जाना जाता है। आज हम इस नमूने या पैटर्न को "फिबोनाची अनुक्रम" कहते हैं। फिबोनाची का अर्थ है "बोनकियो का बेटा"। वैज्ञानिक और गणितज्ञ अब जानते हैं कि यह अनुक्रम बहुत विशेष है: यह वो ब्लूप्रिंट है जो बताता है कि फूलों जैसी जीवित चीजें एक क्रमबद्ध, सामंजस्यपूर्ण तरीके से कैसे बढ़ती हैं। "फिबोनाची की संख्याएं मानव कल्पनाओं - इमारतों, संगीत, कला और कविताओं में भी झलकती हैं।"

पर इतिहासकारों के अनुसार लियोनार्डो ने कभी भी उन संख्याओं के महत्व को महसूस नहीं किया हो।

या शायद किया भी हो?